

Паритет call- и put- опционов

Прочитав данную статью, читатель может задаться вопросом: зачем по несколько раз из номера в номер писать об одном и том же? Затем, что русскоязычной литературы по опционам практически нет и опыт каждого из авторов по-своему уникален. Именно поэтому мы предлагаем вашему вниманию еще один взгляд на основу математики опционов.

Опционы как торговля свободой выбора

Нарождающийся класс российских спекулянтов с большим интересом относится к торговле опционами. Для нас это еще некий экзотический и загадочный финансовый инструмент, который существует на российских биржевых рынках лишь в виртуальной форме. Все о нем слышали, некоторые видели, но никто эти таинственные и манящие опционы еще руками как следует не пощупал. Мы читаем статьи в прессе, покупаем толстущие книги по биржевым деривативам, изучаем материалы, представленные в Интернете. Ну и что дальше? Перед российскими спекулянтами стоит классический российский вопрос: что делать? Ответ на это вопрос может быть только один: учиться, учиться и еще раз учиться правильно спекулировать и хеджировать с помощью опционов.

Какова же польза от торговли опционами для простого российского спекулянта? Опционы обеспечивают очень высокие темпы роста капитала, что привлекает российских спекулянтов. Они позволяют гибко и эффективно управлять биржевыми рисками, что отвечает интересам российских хеджеров.

Великий Аристотель в своем классическом труде «Политика» свидетельствует о широком распространении торговли опционами в античном Средиземноморье. Разумеется, это был внебиржевой рынок, который организовали финикийские купцы. Прошло всего чуть более 4000 лет, и сегодня торговля опционами переживает бум. Годовые объемы торгов опционами в 1995 году только в США составили 6905 млрд. долларов.

Само название «опцион» происходит от латинского слова optio – «нечто, предложенное на выбор». Это означает, что у лица, которое приобретает опцион, появляется возможность или право выбора между двумя альтернативными дей-

ствиями – купить или не купить, продать или не продать. Легко запомнить два основных типа опционов – пут и кол, которые из-за своей простоты получили в англоязычной литературе название «ванильные опционы» (Vanilla options).

| Тип опциона | Право выбора |
|-------------|------------------------|
| Кол | Купить или не Купить |
| Пут | Продать или не Продать |

Торговля опционами предполагает существование двух биржевых рынков – рынка базисного актива (или спотового рынка) и рынка опционов на базисный актив. Отсутствие развитого биржевого высоколиквидного рынка базисного актива делает невозможным в принципе организацию биржевого рынка опционов на базисный актив. Именно это и объясняет отсутствие развитых биржевых рынков опционов в современной России.

Все равны, но покупатель все-таки равнее

Хорошо известно, что опцион представляет собой контракт, заключенный между двумя сторонами. Покупатель опциона получает право (но не обязательство) купить или продать базисный актив в течение определенного времени по заранее определенной цене – цене исполнения опциона. Однако для того, чтобы купить что-то, нужно существование лица, готового это что-то продать. Другими словами, для существования биржевого рынка необходимо наличие как спроса, так и предложения. Следовательно, на биржевом рынке опционов должно присутствовать физическое или юридическое лицо, которое принимает на себя обязанность продать или купить определенное количество базисного актива в течение определенного времени по заранее определенной цене по требованию покупате-

ля опциона. Другими словами, покупатель приобретает право потребовать исполнения контракта, а продавец принимает на себя обязательство исполнения контракта по требованию покупателя. В случае благоприятного развития ситуации на рынке базисного актива покупатель или держатель опциона может потребовать выполнения контракта, а в случае неблагоприятного развития – отказаться от его исполнения. За это покупатель и выплачивает продавцу опциона премию. Это является еще одним подтверждением универсального закона развития человеческого общества: за свободу надо платить. Продавец продает свою свободу за небольшую премию, точно так же как библейский Исава продал свое первородство Иакову за чечевичную похлебку.

Цена опциона на момент исполнения называется внутренней ценностью (intrinsic value). Построим простую математическую модель, которая позволит определить внутреннюю стоимость кол-опциона.

Пусть инвестор купил в сентябре кол-опцион на акции АБВ по цене исполнения 30 USD в декабре. Это дает право покупателю в декабре приобрести 100 акций АБВ по цене 30 USD. Если цена акции АБВ в декабре будет равна 25 USD, то покупатель кол-опциона хотя и имеет право приобрести 100 акций по цене 30 USD, однако этим правом не воспользуется, так как не имеет смысла покупать дороже, когда можно купить дешевле те же самые акции на спотовом рынке. Право, которым никогда никто не пользуется, ничего не стоит. Поэтому в этом случае внутренняя стоимость кол-опциона на момент его исполнения равна нулю. Рассмотрим другой случай.

Предположим, что цена акции АБВ в декабре вырастет до величины 35 USD. Тогда покупатель кол-опциона воспользуется правом приобретения 100 акций АБВ по цене 30 USD. Он покупает 100 акций АБВ, заплатив 3000 USD, и сейчас же продает акции на спотовом рынке по цене 35 USD, выручая 3500 USD. Следовательно, внутренняя стоимость опциона будет равна в этом случае 3500 USD – 3000 USD = 500 USD для лота из 100 акций АБВ или 5 USD на одну акцию.

Кто у нас самый главный гарант?

А кто будет платить эти 500 USD покупателю кол-опциона? Неискушенный читатель мог бы подумать, что это сумма будет выплачена покупателю государством или биржей. И это было бы грубой ошибкой. Указанная сумма будет выплачена покупателю кол-опциона противоположной стороной биржевой сделки – продавцом кол-опциона. Однако не напрямую, а через специального биржевого посредника, который играет важную роль на опционных и фьючерсных рынках. Следовательно, если цена исполнения кол-опциона ниже цены базисного актива на спотовом рынке, то покупатель кол-опциона получает выплату, равную внутренней стоимости опциона, а продавец кол-опциона выплачивает сумму внутренней стоимости опциона. Каким образом осуществляются эти платежи на биржевом рынке, где продавцы и покупатели опционов сохраняют полную анонимность? Для этой цели существует расчетно-клиринговая палата, которая оперативно осуществляет текущие расчеты со всеми участниками биржевого рынка и гарантирует своими активами осуществление всех выплат полностью по всем биржевым операциям на рынке. На американском биржевом рынке опционов роль расчетно-клирингового центра играет компания OCC (The Options Clearing Corporation <http://www.theocc.com>), обслуживающая крупнейшие биржи торговли опционами, такие как CBOE (The Chicago Board Options Exchange <http://www.cboe.com>), AMEX (The American Stock Exchange <http://www.amex.com>), The Philadelphia Stock Exchange <http://www.phlx.com>, NYMEX (The New York Mercantile Exchange <http://www.nymex.com>). На биржевом рынке Великобритании роль расчетно-клирингового центра играет компания LCH (The London Clearing House <http://www.lch.uk.com>), основанная ведущими клиринговыми банками Соединенного Королевства и обслуживающая крупнейшие биржи торговли опционами, такие как LIFFE (The London International Financial Futures and Options Exchange <http://www.liffe.co.uk>), IPE (The International Petroleum Exchange <http://www.ipe.uk.com>), LME (The London Metal Exchange <http://www.lme.uk.com>).

Кто же главный гарант в России? У нас всегда возникают большие проблемы с нашими главными гарантами. Участники российского биржевого рынка хорошо помнят крах Московской товарной биржи в 1996, связанный со злоупотреблениями руководства биржи и отсутствием эффективного риск-менеджмента в клиринговой организации биржи. Отсутствие развитой клиринговой системы в России является еще одной важной причиной отсутствия развитой биржевой торговли опционами в нашей стране.

Как маленькая формула победила большую таблицу

Вернемся теперь к математической модели внутренней цены кол-опциона, которая определяется двумя величинами: ценой исполнения опциона X и ценой базисного актива S на момент исполнения опциона. Самым простым решением задачи определения внутренней стоимости кол-опциона является табличное представление данных для различных случаев цены исполнения опциона и цены базисного актива.

В таблице 1 приведены примеры определения внутренней цены кол-опциона для десяти случаев соотношения цены базисного актива и цены исполнения опциона в расчете на одну акцию. Читателю предоставляется возможность заполнить последние пять позиций таблицы и сравнить с ответами, приведенными в конце статьи. Очевидно, что рассмотреть все возможные случаи соотношения цен в табличной форме не представляется возможным из-за огромного числа возможных комбинаций цен. Так, для случая 100 различных цен исполнения и 100 цен базисных активов таблица будет содержать 10,000 внутренних цен. Очевидно, что работать с очень

большими таблицами неудобно, так как время поиска готового решения в большой таблице резко возрастает с увеличением размерности и становится больше времени вычисления результата заново, особенно если у вас имеется табличный процессор, например Microsoft Excel.

Процесс вычисления внутренней стоимости кол-опциона очень прост и задается следующим алгоритмом:

$$\text{Если } S > X, \text{ то } C = S - X \text{ иначе } C = 0 \quad (1)$$

Легко понять, что алгоритм (1) может быть записан с помощью формулы:

$$C = \max(S - X, 0) \quad (2)$$

Внутренняя цена кол-опциона увеличивается с ростом цены базисного актива и уменьшением цены исполнения опциона. Если цена базисного актива меньше цены исполнения кол-опциона и величина $S - X$ становится отрицательной, то покупатель отказывается от исполнения опциона, которое становится для него невыгодным. Другими словами, величина $S - X$ пропорциональна прибыли, получаемой покупателем кол-опциона. Если прибыль положительна, то покупатель исполняет опцион, а если отрицательна, то он отказывается от его исполнения.

Результаты расчета внутренней цены кол-опциона по полученной формуле показаны на рис. 1, где приведены для сравнения также данные табл. 1. Видно, что маленькая формула (2) позволяет точно рассчитать внутреннюю цену опциона и не хранить большую таблицу данных в бумажной или электронной форме. Аналогичные данные приведены в табл. 2 для внутренней цены пут-опциона при заданных значениях цены базисного актива и цены исполнения пут-опциона. Читатель имеет возможность заполнить последние пять позиций столбца «Внутренняя стоимость пут-опциона» табл. 2 и сравнить с

Таблица 1. Внутренняя цена кол-опциона при различных ценах исполнения и ценах базисных активов.

| № | Цена базисного актива S | Цена исполнения опциона X | Внутренняя цена кол-опциона C |
|----|-------------------------|---------------------------|-------------------------------|
| 1 | 60 | 59 | 1 |
| 2 | 95 | 93 | 2 |
| 3 | 38 | 63 | 0 |
| 4 | 41 | 2 | 39 |
| 5 | 34 | 95 | 0 |
| 6 | 53 | 52 | 1 |
| 7 | 90 | 23 | 67 |
| 8 | 82 | 83 | 0 |
| 9 | 15 | 37 | 0 |
| 10 | 96 | 74 | 22 |

ответами, которые приведены в конце статьи.

Легко понять, что внутренняя цена пут-опциона может быть вычислена по следующей формуле:

$$P = \max(X - S, 0) \quad (3)$$

Прибыль, получаемая покупателем пут-опциона, пропорциональна разности цены исполнения опциона X и цены базисного актива S . Если разность $X - S$ положительна, то покупатель использует свое право и исполняет пут-опцион. В этом случае держатель пут-опциона покупает на спотовом рынке базисный актив по цене S и сейчас же продает по цене исполнения X . Очевидно, что прибыль, получаемая в результате этой операции, равна $X - S$. Если цена базисного актива S на спотовом рынке выше цены исполнения пут-опциона X , то подобная операция становится убыточной для держателя пут-опциона, и он просто отказывается от исполнения опциона.

Сравнение расчетов по формуле (3) и данных табл. 2 показано на рис. 2. Видно прекрасное совпадение результатов расчета по формуле (3) с табличными данными. Очевидно, что формула (3) позволяет быстро и просто рассчитать внутреннюю стоимость пут-опциона для любых величин цены исполнения опциона и любой цены базисного актива. Подводя итоги проделанного, мы вправе заявить, что нами разработана простая математическая модель определения внутренней цены кол- и пут-опционов. У читателя может возникнуть закономерный вопрос: может ли представлять реальный интерес такая простая математическая модель для практиков? В отличие от повседневной жизни, в экономической науке известная половица «простота хуже воровства» должна быть изменена и читаться как «простота лучше воровства». Действительно, выделение самых важных факторов позволяет упростить экономическую картину мира и построить простую модель объекта или процесса, которые описывают самые важные характеристики реальных объектов и процессов.

**А нам все равно,
а нам все равно,
не боимся мы...**

Этот припев придуман не скромным бухгалтером Семеном Семеновичем Горбунковым. Эту песенку сложили многие поколения хеджеров на биржевых рынках опционов.

Таблица 2. Внутренняя цена пут-опциона при различных ценах исполнения и ценах базисных активов.

| № | Цена базисного актива S | Цена исполнения опциона X | Внутренняя цена кол-опциона C |
|----|-------------------------|---------------------------|-------------------------------|
| 1 | 66 | 84 | 18 |
| 2 | 30 | 27 | 0 |
| 3 | 64 | 79 | 15 |
| 4 | 43 | 30 | 0 |
| 5 | 95 | 3 | 0 |
| 6 | 39 | 9 | 0 |
| 7 | 40 | 14 | 0 |
| 8 | 5 | 82 | 77 |
| 9 | 12 | 57 | 45 |
| 10 | 12 | 64 | 52 |

Таблица 3. Рыночная стоимость портфеля хеджера.

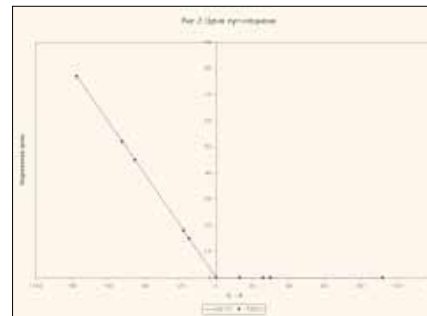
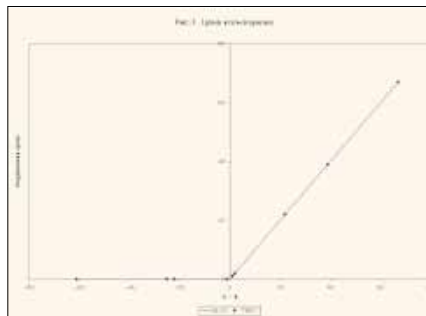
| Цена S, USD | Цена кол-опциона C, USD согласно ур.(2) | Цена пут-опциона P, USD согласно ур.(3) | Цена портфеля хеджера S - C + P, USD |
|-------------|---|---|--------------------------------------|
| 20 | 0 | 30 | 50 |
| 30 | 0 | 20 | 50 |
| 40 | 0 | 10 | 50 |
| 50 | 0 | 0 | 50 |
| 60 | 10 | 0 | 50 |
| 70 | 20 | 0 | 50 |
| 80 | 30 | 0 | 50 |

Это подлинно народная баллада, которую распевают участники реальной экономики, которые хотят застраховаться от неблагоприятных изменений цен на сырье и валюту. Хеджеры управляют рисками путем включения различных опционов в свои портфели ценных бумаг. Конечно, риск можно уменьшить лишь путем снижения ожидаемой доходности портфеля. Однако именно это позволяет планировать бюджет и управлять корпоративными финансами большинству участников хозяйственного процесса. И помогают им в этом биржевые спекулянты, обеспечивающие высокую ликвидность биржевых рынков и принимающие на себя биржевые риски, увеличивая ожидаемую доходность спекулятивных операций. Если бы не было спекулянтов, то риски экономической жизни значительно бы возросли. В России практически нет отечественных спекулянтов, поэтому риски хозяйственной жизни в нашей стране очень велики, а российские предприятия

не имеют возможности эффективно и дешево хеджировать эти риски.

Рассмотрим простой пример. Предположим, что хеджер покупает в январе 1 акцию компании АБВ по цене 50 USD, продает 1 кол-опцион и покупает 1 пут-опцион по одинаковой цене исполнения 50 USD сроком на 1 год. Какова будет рыночная стоимость этого портфеля через один год? Очевидно, стоимость портфеля будет определяться ценой базисного актива через год, которая нам неизвестна сегодня. Однако, используя уравнения (2) и (3), можно легко посчитать стоимость портфеля. Результаты расчетов согласно ур. (2)-(3) для цены исполнения 50 USD приведены в табл. 3.

Результаты расчетов кажутся удивительными. Комбинируя опционы различных типов в портфеле, хеджер может создать безрисковый портфель, стоимость которого не будет изменяться при рыночных движениях цены базисного портфеля и останется всегда равной цене исполнения кол- и пут-опционов!



Взаимные движения цен базисного актива, кол- и пут-опционов полностью компенсируют в портфеле друг друга. Полученный результат играет важную роль в экономической теории. Он получил название паритета кол- и пут-опционов.

Математически это можно записать:

$$S - C + P = X \quad (4)$$

Это означает, что цена портфеля постоянна, и биржевые риски изменения его стоимости взаимно скомпенсированы и полностью отсутствуют. Следовательно, стоимость подобного портфеля необходимо дисконтировать по величине безрисковой годовой процентной ставки R. Поэтому величина премии P за продажу пут-опциона, учитывая ур. (4), определяется по формуле:

$$P = X / (1 + R) - S + C \quad (5)$$

где X – цена исполнения кол- и пут-опционов; S – сегодняшняя цена ба-

зисного актива; C – премия за продажу кол-опциона; R – безрисковая годовая процентная ставка. Рассмотрим пример расчета справедливой премии за пут-опцион в рамках модели BOPM, которая рассматривалась в прошлом номере «Валютного Спекулянта». Текущая цена акции АБВ составляет 22,000 USD. Через год цена может возрасти до 27,500 USD или упасть до 17,600 USD. Безрисковая годовая процентная ставка равна 10%. Каково значение справедливой премии за годовой пут-опцион по цене исполнения 22,550 USD? Для вычисления премии пут-опциона необходимо вычислить премию за годовой кол-опцион по той же самой цене исполнения 22,550 USD. Эта задача была решена в предыдущем номере журнала, и мы приведем здесь только окончательный результат. Величина справедливой премии за кол-опцион составляет C = 3,000 USD.

Согласно ур. (5), справедливая премия P за годовой пут-опцион по цене исполнения 22,550 USD равна $P = 22,550 / 1,1 - 22,000 + 3,000 = 1,500 \text{ USD}$.

Если премия за пут-опцион будет меньше или больше величины справедливой премии, то возникает возможность арбитража на биржевых рынках. Это означает, что активное использование арбитражных операций приводит цену на рынке к равновесной или справедливой цене, при которой отсутствуют возможности арбитража. Биржевая система является саморегулируемой. Однако, по мнению известного спекулянта Джорджа Сороса, на биржевых рынках постоянно возникают возможности для краткосрочного арбитража. Поэтому девизом российского спекулянта можно выбрать крылатые слова бессмертного Козьмы Прутковка: «Бди!»

В качестве самостоятельного упражнения предлагаю любознательным читателям вычислить величину безрисковой прибыли, которую можно получить при продаже пут-опционов по цене 1,000 и 2,000 USD. Рассмотрите возможные арбитражные операции и сравните их между собой.

Александр Ильинский

Ответы - Таблица 1

| № | Внутренняя цена кол-опциона C |
|----|-------------------------------|
| 6 | 1 |
| 7 | 67 |
| 8 | 0 |
| 9 | 0 |
| 10 | 22 |

Ответы - Таблица 2

| № | Внутренняя цена пут-опциона P |
|----|-------------------------------|
| 6 | 0 |
| 7 | 0 |
| 8 | 77 |
| 9 | 45 |
| 10 | 52 |

ТОРА-ЦЕНТР, Сервис центр DBC в России, Официальный дилер фирмы Omega Research Inc.

Спутниковый FOREX за \$295/мес.



DBC Signal - это:

1. Лучшее качество при меньшей стоимости.
2. Полная интеграция с программой теханализа TradeStation®2000i.
3. Горячая линия поддержки в России.

DBC International



ТОРА-Центр

OMEGA RESEARCH

180000 трейдеров по всему миру пользуются DBC Signal более 15 лет! Теперь система DBC Signal доступна и в России!

Москва, ул. Новая Басманная, д. 18/1
Тел./факс: (095) 267-36-03
E-mail: soft@tora-centre.ru
Web: www.tora-centre.ru